



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76  
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXVIII SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS  
SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2024

## Grupos de Permutação

**José Antonio de Carvalho Júnior<sup>1</sup> e Kisney Emiliano de Almeida<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Bolsista PIBIC/CNPq, Graduando em Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: carvalho.juniorboo@gmail.com

<sup>2</sup>Orientador, Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: kisney@gmail.com

**PALAVRAS-CHAVE:** Grupos Alternados; Grupos Simples; Grupos de Permutação; Teoria dos Grupos.

## INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grupos é uma área fundamental da álgebra abstrata, caracterizada por uma ampla gama de resultados e conceitos significativos. Dentre esses conceitos, os grupos de permutação se destacam por terem precedido e influenciado a própria formulação da teoria dos grupos. A análise dos grupos de permutação continua a ser relevante tanto na Teoria dos Grupos quanto em várias subáreas da Matemática e campos relacionados (GIANNELLI; VOLPATO, 2023) (LI; XIA; ZHOU, 2023) (ORELLANA; ZABROCKI, 2023).

A pesquisa tem como tema os grupos de permutação. Dado um conjunto não vazio  $X$ , uma *permutação* de  $X$  é uma bijeção  $\alpha: X \rightarrow X$ . Denotamos o conjunto de todas as permutações de  $X$  por  $S_X$ . Um *grupo de permutação* é o conjunto de todas as permutações de  $X$ , dotado da operação de composição de funções. Quando  $X$  possui  $n$  elementos, este grupo é denominado  $S_n$  e contém exatamente  $n!$  elementos. Durante toda a extensão da pesquisa, foram estudados, além de propriedades gerais desses grupos, suas fatorações, paridade e classes de conjugação.

Ao final do processo, a pesquisa avançou para a prova da simplicidade dos grupos alternados  $A_n$  para  $n \geq 5$ . Dizemos que um grupo é simples quando seus únicos subgrupos normais são os triviais. Grupos simples são comparados aos números primos na Teoria dos Números, servindo como os blocos básicos para a construção de todos os grupos finitos, sendo os grupos alternados os exemplos mais acessíveis e importantes de grupos simples após os grupos cíclicos de ordem prima.

## **MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)**

A pesquisa tem uma abordagem teórica. A principal referência utilizada foi o livro *An Introduction to the Theory of Groups*, de Joseph J. Rotman (ROTMAN, 2012), mas também foram consultados artigos específicos, como o de Ferreira et al. (FERREIRA; TAMAROZZI; MODESTO, 2011), para complementar e aprofundar o conhecimento sobre o assunto.

Durante todo o processo de pesquisa, o bolsista apresentou seminários para o orientador cujos temas eram os assuntos estudados no momento da pesquisa. Após alguns meses da investigação, também foram apresentados seminários para outros estudantes. Pretendemos apresentar o trabalho em eventos científicos quando houver oportunidade.

## **RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)**

Dada a natureza teórica desta pesquisa, concentramo-nos no estudo dos grupos de permutação, uma área fundamental da álgebra abstrata. Após estudarmos algumas de suas propriedades básicas, fomos capazes de compreender a prova de que duas permutações são conjugadas se e somente se têm a mesma estrutura de ciclos.

Em seguida foi feito um estudo sobre as duas fatorações usuais de  $S_n$ : a fatoração de cada elemento como produto de ciclos disjuntos e de cada elemento como produto de transposições. A partir dessa última, surge naturalmente o conceito de paridade, que divide as permutações entre pares e ímpares.

Por fim, a investigação prosseguiu para o estudo do grupo alternado  $A_n$ , formado pelas permutações pares de  $S_n$ , concluindo a pesquisa com a demonstração de sua simplicidade para  $n \geq 5$ .

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)**

A pesquisa realizada aprofundou nosso entendimento sobre os grupos de permutação, em especial sobre os grupos alternados, importantes exemplos de grupos simples. Além disso, esses estudos nos permitiram compreender melhor o papel das permutações dentro da teoria dos grupos como um todo, e serviu com porta de entrada para outros conhecimentos, como ações de grupos, representações, e a classificação de grupos em geral.

## **Referências**

FERREIRA, L. M. F.; TAMAROZZI, A. C.; MODESTO, S. A. G. Grupos de permutações e grupos finitos simples. *Colloquium Exactarum*, v. 3, n. 1, p. 40–45, 2011. Disponível em: <https://revistas.unoeste.br/index.php/ce/article/view/572>. Acesso em: 05 set. 2024.

GIANNELLI, E.; VOLPATO, G. Non-linear sylow branching coefficients for symmetric groups. *Mathematische Zeitschrift*, v. 303, n. 2, p. 41, 2023.

LI, Y.; XIA, B.; ZHOU, S. Aldous' spectral gap property for normal cayley graphs on symmetric groups. *European Journal of Combinatorics*, v. 110, p. 103657, 2023.

ORELLANA, R.; ZABROCKI, M. Howe duality of the symmetric group and a multiset partition algebra. *Communications in Algebra*, v. 51, n. 1, p. 393–413, 2023.

ROTMAN, J. J. *An Introduction to the Theory of Groups*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 148.