



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXVIII SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEMS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2024

IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMOS DE BUSCA BASEADOS EM CAMINHADA QUÂNTICA NO PROCESSADOR QUÂNTICO IBM Q EXPERIENCE

Aisis Rodrigues Barbosa¹; Dagoberto da Silva Freitas²

1. Bolsista – FAPESB/PVIC, Graduanda em Bacharelado em Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: aisisb21@gmail.com
2. Orientador, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, e-mail: dfreitas@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Caminhada Quântica; Algoritmo de Busca; Computação Quântica.

INTRODUÇÃO

O crescente avanço da computação quântica e sua promessa de superar as atuais limitações computacionais têm incentivado a exploração de novos paradigmas computacionais. Entre essas abordagens, os algoritmos baseados em passeios aleatórios quânticos (QWs) [1] emergem como uma área de estudo que vem apresentando um grande potencial. Os passeios aleatórios já possuem uma descrição matemática amplamente estudada, além de serem amplamente utilizados em algoritmos clássicos de busca, como o caso do algoritmo de PageRank [2], a sua contraparte quântica permite uma nova modelagem para comportamentos estocásticos, onde os conceitos relacionados a mecânica quântica como a superposição e o emaranhamento estão presentes. Então, devido à natureza probabilística e aleatória dos sistemas quânticos, esses algoritmos podem oferecer vantagens significativas em termos de velocidade e eficiência de busca.

O algoritmo quântico de busca mais conhecido é o algoritmo de Grover [3], ele é um dos métodos utilizados para encontrar, com alta probabilidade e com uma única função de caixa preta, um valor de saída específico, no qual em vez de realizar $O(N)$ avaliações, como em métodos clássicos, o algoritmo quântico reduz esse número para $O(\sqrt{N})$, onde N representa o tamanho do domínio da função. Então, se o algoritmo de Grover já oferece uma aceleração significativa em buscas não estruturadas, por que ainda é necessário estudar e desenvolver outros algoritmos de busca na computação quântica?

A resposta é simples, segundo Brass e Leuchs (2007, p.100), há situações em que algumas etapas do algoritmo proposto por Grover não podem ser implementadas eficientemente devido ao alto custo em suas configurações, tornando uma pesquisa que utiliza passeios aleatórios quânticos mais vantajosas, dado que ela realiza apenas transições locais.

O algoritmo de busca, que utiliza o passeio aleatório quântico (QW), ao ser implementado em um grafo consegue encontrar vértices que foram marcados [5 - 7]. Supondo a necessidade de encontrar um item a_0 em um grafo que contém $N = 2^n$ vértices, onde $n \in \mathbb{N}$, é necessário utilizar uma função $f: \{0, 1, 2, \dots, N - 1\} \rightarrow \{0, 1\}$, de tal forma que $f(i) = \begin{cases} 1, & \text{se } a = a_0 \\ 0, & \text{se } a \neq a_0 \end{cases}$, onde f é uma função responsável por marcar o item aplicando uma rotação de fase, no qual essa função é chamada de oráculo de fase.

O algoritmo a ser criado combina uma QW [1] e o algoritmo de busca de Grover [3] para solucionar esse problema ao realizar uma busca partindo de um vértice aleatório, sendo necessário realizar uma verificação em cada vértice para saber se estará marcado

ou não. Definindo $\epsilon = \frac{|M|}{|N|}$ como a fração de elementos que estão marcados, onde M são os elementos marcados, então a repetição dos passos para a busca do grafo marcado deve ser repetidos $O(1/\sqrt{\epsilon})$ até o nó ser encontrado [5 - 7].

Nesse sentido, o algoritmo de busca terá seus estados de base representados por dois registradores $|i\rangle|j\rangle$, no qual o primeiro contendo n bits quânticos (qubits) corresponderá ao vértice analisado atualmente e o segundo registrador será o nó analisado anteriormente [5]. Esse algoritmo terá uma evolução unitária, onde a matriz de transição é transformada em uma matriz $W(P)$, contida no espaço de Hilbert H, que preserva sua norma.

Com a normalização dos estados que estão em superposição uniforme sobre os vizinhos de $|i\rangle$ e sobre os estados $|i\rangle|j\rangle$ que podem ou não estar marcados, é possível descrever matematicamente os estados “bons” que estão marcados e os estados “ruins” que não estão marcados como [5]:

$$|G\rangle = \frac{1}{\sqrt{|M|}} \sum_{i \in M} |i\rangle|p_i\rangle \quad e \quad |B\rangle = \frac{1}{\sqrt{X - |M|}} \sum_{i \notin M} |i\rangle|p_i\rangle \quad (1)$$

Então, a superposição uniformemente distribuída sobre todas as arestas do grafo a ser pesquisado pode ser analisada como uma combinação dos estados bons e ruins [5], apresentados na Eq. 1, onde:

$$|U\rangle = \frac{1}{\sqrt{X}} \sum_{i \in X} |i\rangle|p_i\rangle = \sin(\theta)|G\rangle + \cos(\theta)|B\rangle, \quad (3)$$

onde $\theta = \arcsin(\sqrt{\epsilon})$. Logo, o algoritmo de busca em um grafo utilizando uma QW consiste nas seguintes etapas:

1. Criação de um passeio aleatório quântico [1], no qual os qubits, responsáveis pela representação dos nós do grafo e da moeda (moeda quântica de uma QW), devem ser colocados em superposição;
2. O oráculo de fase [5], responsável por rotacionar os nós marcados, deve ser aplicado;
3. O algoritmo de estimativa de fase deve ser utilizado [5] e em seguida os qubits auxiliares devem ser marcados $q_\theta \neq 0$, onde q_θ são qubits utilizados nesse algoritmo, onde ao medir q_θ é retornado a fase estimada;
4. Deve ser invertida essa estimativa de fase;
5. Os passos de dois a quatro devem ser repetidos $O(1/\sqrt{\epsilon})$ vezes;
6. Por fim, os qubits responsáveis pelos nós do grafo devem ser mensurados retornando o resultado dos vértices marcado em grande parte das vezes.

MATERIAL E MÉTODOS

Para a implementação do algoritmo de busca que utiliza um passeio aleatório quântico na plataforma do *IBM Quantum* (IBM Q) [8] será seguido os seguintes passos:

1. O primeiro passo para a implementação do algoritmo é criar e/ou realizar o login em uma conta na plataforma da IBM para ter acesso aos processadores quânticos. Além disso, é essencial realizar a instalação do Qiskit [9], para ser possível iniciar a implementação dos algoritmos criados com mais facilidade;
2. Partindo da pesquisa em literatura, é analisado quais implementações de algoritmos de busca que utilizam passeios aleatórios quânticos [5 -7] são possíveis utilizando as plataformas disponíveis;
3. Seguindo para a construção do algoritmo, será utilizado a implementação de um passeio aleatório em um hipercubo de quatro dimensões, no qual é possível utilizar como moeda quântica a moeda de Grover [7].

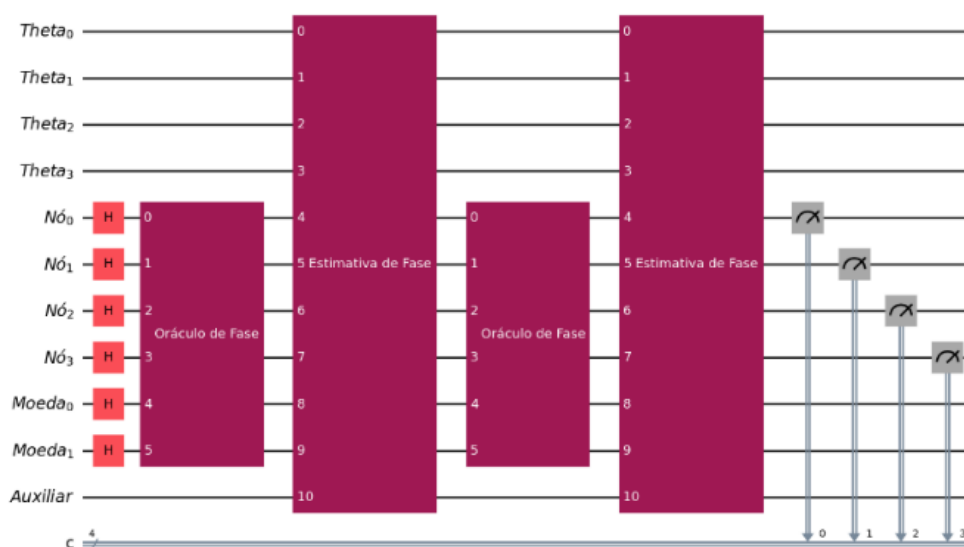
- Com a escolha do passeio aleatório quântico a ser utilizados na implementação do algoritmo de busca, será possível montar o circuito com auxílio das etapas discutidas em teoria, no qual a principal fonte para a implementação de tal algoritmo partirá do trabalho de Wanzambi e Andersson [7];
- Para o processamento dos algoritmos criados será utilizado, como modelo de processador real, o *ibm_brisbane* (v1.1.40) com 127 qubits, e para simular será utilizado o *BasicProvider*, no qual em ambos os processamentos será realizando 8192 medições (vezes rodadas);
- Com os resultados reportados em histogramas, relacionando a probabilidade e os qubits marcados para a busca, será possível analisar e comparar as medições feitas sobre o sistema de interesse tanto no simulador e quanto no processador real.

Seguindo todas essas etapas é possível observar as discrepâncias causada por fatores como ruído, decoerência e erros de medição, permitindo uma avaliação mais precisa da viabilidade e desempenho do algoritmo em dispositivos quânticos reais.

ANALISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O circuito quântico da Figura 1 é implementado utilizando as descrições analisada em [7], com o auxílio das configurações do Qiskit, onde os estados marcados são 1010 e 1111.

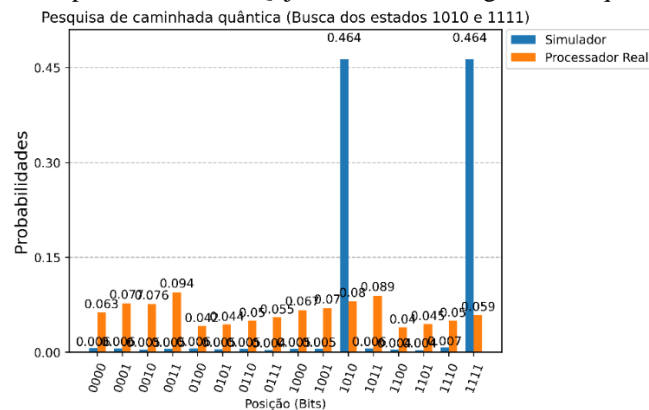
Figura 1 – Implementação completa do algoritmo de busca que usa uma QW, gerado por meio do IBM-Q usando o Qiskit, onde neste contem a superposição de todos os nós do grafo de um hipercubo de quatro dimensões, juntamente ao operador moeda, seguida do oráculo de fase, que realiza a marcação nos nós do grafo e nos qubits auxiliares, acrescido da estimativa de fase, que usa a transformada de Fourier quântica.



Fonte: (Elaboração própria).

Os resultados utilizando o *IBM Brisbane* e o *BasicProvider* são apresentados na Figura 2, onde é possível observar que os resultados do simulador possuem os estados 1010 e 1111 sendo encontrados com maior probabilidade, assim como proposto em teoria, uma vez que esses simuladores estão livres de efeitos de ruídos. Entretanto, ao observar os resultados do processador real há uma distribuição de probabilidade de ocorrência bem diversa entre os estados, o que não é esperado.

Figura 2 – Resultados de um algoritmo de busca utilizando uma QW, com marcação nos estados 1010 e 1111, obtidos na plataforma IBM-Q, juntamente com o gráfico da quasiprobability.



Fonte: (Elaboração própria).

Uma justificativa para o problema está relacionada aos erros associados as portas quânticas e tempo de processamento do circuito, que faz os qubits perderem informações se o tempo de processamento do circuito for longo. Nos dispositivos quânticos atuais, à medida que o número de portas presentes no circuito aumenta, a probabilidade de erro também cresce devido às imperfeições no controle dos qubits e nas operações lógicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de algoritmos de busca apresenta facetes interessantes, no ponto de vista de novas possíveis implementações. Os resultados das implementações nos simuladores, em um cenário livre de ruído, apresentam resultados onde o sistema quântico estudado colapsa para os estados marcados com alta probabilidade. Entretanto, nas implementações nos computadores quânticos da IBM-Q é observado resultados ruidosos, demonstrando a imprecisão e instabilidade dos dispositivos atuais ao tratar algoritmos que possuem uma maior profundidade.

Portanto, apesar das limitações enfrentadas nos dispositivos quântico atuais, ainda é importante os esforços realizados para estender a implementação de circuitos mais complexos, e eventualmente aplicá-los em sistemas quânticos com menos ruídos. Experimentos realizados em hardwares reais contribuem para o desenvolvimento de algoritmos, melhorias nas correções de erros e otimizações de circuitos.

REFERÊNCIAS

- [1] COLES, P. J. et al. Quantum algorithm implementations for beginners. *ACM Transactions on Quantum Computing*, v. 3, n. 4, p. 1–92, 2022.
- [2] MATHIEU, F.; BOUKLIT, M. The effect of the back button in a random walk: application for pagerank. In: **Proceedings of the 13th international World Wide Web conference on Alternate track papers & posters**. 2004. p. 370-371.
- [3] VIEIRA, L. A.; ALBUQUERQUE, C. D. Um estudo passo a passo dos algoritmos de Grover e Shor. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 19, p. 1–20, dez. 2020.
- [4] BRUSS, D.; LEUCHS, G. *Lectures on quantum information*. Weinheim: Wiley-VCH, c2007. xxiv, 610 p. ISBN 9783527405275.
- [5] DE WOLF, R. Quantum computing: Lecture notes. **arXiv preprint arXiv:1907.09415**, 2019.
- [6] MAGNIEZ, F. et al. Search via quantum walk. In: **Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing**. 2007. p. 575-584.
- [7] WANZAMBI, E.; ANDERSSON, S. Quantum computing: Implementing hitting time for coined quantum walks on regular graphs. **arXiv preprint arXiv:2108.02723**, 2021.
- [8] IBM. IBM quantum learning. Disponível em: <<https://learning.quantum.ibm.com/>>. Acessado em: 10 out. 2024.
- [9] Qiskit contributors. Qiskit: An open-source framework for quantum computing, 2023.