



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXIX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS **SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2025**

Equações da Física-Matemática e a Econofísica

Ilian Carvalho Santos¹; Milton Souza Ribeiro Miltão²

1. Ilian Carvalho Santos, PIBIC/CNPq, FÍSICA, e-mail: iliansantos27@gmail.com

2. Milton Souza Ribeiro Miltão, DEPARTAMENTO DE FÍSICA, e-mail: msribeiro@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: uma; duas; três

INTRODUÇÃO

O diálogo entre a Física e Economia tem suas origens remontadas ao século 17 com as publicações William Petty considerado um dos fundadores da economia política. O filósofo se inspirava no método das ciências naturais (incluindo a física e a geometria) para analisar questões econômicas. Chamava sua abordagem de *aritmética política*, tentando dar à economia a mesma precisão que Newton dava à natureza.

Durante o século XIX, estudiosos como Alfred Marshall e Vilfredo Pareto já buscavam analogias entre equilíbrio econômico e o equilíbrio termodinâmico. No século XX, Nikolai Dmitrievich Kondratiev diretor do Centro de Estudos de Matemática Econômica, onde realizou a maior parte das suas pesquisas, formulou a teoria dos ciclos longos do capitalismo, hoje conhecidos como *ondas de Kondratiev*. Sua análise avaliou a evolução do índice de preços, das margens de lucro, dos salários, do fluxo internacional de capitais, do consumo de carvão e da produção de carvão, ferro em barras e chumbo nas principais economias globais durante o período: Inglaterra, França, Alemanha e Estados Unidos. Kondratiev percebeu a regularidade nas oscilações econômicas globais, cuja estrutura podia ser descrita em analogia com o oscilador harmônico da Física. Assim como um sistema físico oscila em torno de um ponto de equilíbrio, a economia mundial apresentava fases de expansão e contração, com periodicidades que remetiam a leis matemáticas bem definidas.

No caso do economista russo, as analogias feitas com a física não eram bem-vistas pelos pesquisadores da época como põe Theotônio (2004, p. 144): “*Eles negavam, sobretudo, a possibilidade de um comportamento cíclico de longo prazo, embora quase nada se tenha oposto ao rigor dos dados utilizados, apesar de seus limites [...]*”. Essa ideia começa a mudar em meados da segunda metade do séc. XX, pois com o advento da pluridisciplinaridade, observa-se, nesse tipo de abordagem, a integração de diversas áreas do conhecimento, como Física, Química, Biologia, Matemática, Engenharia, Arquitetura, Urbanismo, Psicologia, Sociologia, Antropologia, Economia, Educação, Comunicação, História e Filosofia. Esse processo ocorre por meio da identificação de resultados que possam contribuir metodologicamente para viabilizar sua aplicação, visando promover benefícios ao ser humano (FARIAS E MILTÃO, 2005).

Neste contexto, nasce a econofísica, segundo Ribeiro (2012, p. 1), “*‘econofísica’ apareceu pela primeira vez em torno de 1994 e foi endossado em um livro de 1999 intitulado ‘Introduction to Econophysics’ por Mantegna e Eugene-Stanley*”. Dentro desse contexto surge uma série de modelos físicos a fim de explicar processos econômicos, alguns desses modelos encabeçados pela equação de Fokker-Planck. A equação de Fokker-Planck é uma equação diferencial parcial que descreve a evolução temporal da função de densidade de probabilidade de sistemas estocásticos, por exemplo, o movimento browniano. Foi inicialmente formulada por Adriaan Fokker em 1914, em seu artigo “*Die mittlere Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld*”, e por Max Planck em 1917, em seu artigo “*Über einen Satz der statistischen Dynamik und seine Erweiterung in der Quantentheorie*”, partindo de uma generalização do Teorema de Liouville, além disso, Planck estabelece que no movimento determinístico dado pelas equações de Hamilton, há pequenas mudanças aleatórias (saltos quânticos, por exemplo). Essa modificação leva a uma equação de evolução probabilística que é justamente a forma embrionária da equação de Fokker-Planck.

A aplicação mais conhecida da equação de Fokker-Planck ao movimento browniano foi realizada por Albert Einstein em 1905 (SANTOS, 2009). Einstein utilizou uma abordagem estatística para descrever o movimento aleatório de partículas suspensas em um fluido, estabelecendo uma relação entre o coeficiente de difusão e as propriedades macroscópicas do sistema, como a viscosidade e a temperatura. Posteriormente, cientistas russos, como Nikolay Bogoliubov e Nikolay Krylov, aprimoraram a derivação da equação de forma microscópica, consolidando seu uso em sistemas estocásticos e processos de difusão

Atualmente, a equação de Fokker-Planck possui aplicações em diversas áreas, incluindo física estatística, finanças, biologia e teoria da informação, sendo crucial para a compreensão do comportamento de sistemas sujeitos a flutuações aleatórias.

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)

Durante o desenvolvimento do trabalho, realizou-se uma revisão da literatura sobre modelos econofísicos usuários da equação de Fokker-planck, consolidando uma base teórica sólida. Foi estudada e mostrada a equação de Fokker-Planck a partir da Álgebra de Lie, permitindo a análise detalhada de sua relação de simetria. Além disso, investigamos os mecanismos por trás de suas aplicações, compreendendo suas implicações na economia.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

O estudo permitiu compreender de maneira singela as relações entre as equações da física matemática e a economia partindo da equação de Fokker-Planck; olhando para sua estrutura matemática a partir da Álgebra de Lie. Uma implicação deste resultado permite reconhecer que muitos fenômenos econômicos, quando vistos sob a ótica estocástica, apresentam simetrias e invariâncias semelhantes às observadas em sistemas físicos complexos. A utilização da Álgebra de Lie mostrou-se relevante ao evidenciar transformações que preservam a forma da equação, fornecendo um ferramental rigoroso para a identificação de soluções e comportamentos invariantes no espaço de estados. Além disso, a analogia entre dinâmica estocástica e processos econômicos abre espaço

para interpretações que ultrapassam a descrição puramente estatística, permitindo modelar aspectos como flutuações de mercado, equilíbrio intertemporal e difusão de preços com maior fundamentação matemática. Ao mesmo tempo, a formalização da simetria via grupos de Lie contribui como uma tentativa de construção teórico formal da econofísica, indicando que a complexidade dos sistemas sociais guarda simetrias, assim como os sistemas físicos. A análise conduzida sugere que a interação entre física matemática e economia não apenas enriquece a compreensão de fenômenos econômicos, mas também promove um campo interdisciplinar fértil relevante e oferecem subsídios para investigações futuras na área.

Ao trabalhar com a EDE de Langevin, obtém-se a equação de Fokker na forma:

$$\tau_t = \tau_{xx} + (x\tau)_x \quad (\text{I})$$

No método de Lie para EDPs procuramos campos vetoriais infinitesimais, portanto ao aplicar o gerador de simetria infinitesimal (gerador de vetores que define as simetrias) e considerando a variância $\Delta = 0$. Chegou-se a seguinte equação:

$$\xi^2 G''(\xi) - 2\xi G'(\xi) + 2G(\xi) = 0 \quad (\text{II})$$

Porém esta é uma equação do tipo de Legendre, e detém uma solução geral, dada por:

$$G(\xi) = A\xi^2 + B\xi \quad (\text{III})$$

Com isso a solução geral será:

$$\tau = (Axe^t + B)e^t$$

Tabela 1. Tabela com os coeficientes infinitesimais.

Geradores	$\xi(x, t, \tau)$	$\varphi(x, t, \tau)$	$\eta(x, t, \tau)$
$X^1 = \partial_t$	0	1	0
$X^2 = \partial_x$	1	0	0
$X^3 = e^t \partial_x - xe^t \partial_t$	e^t	0	$-xe^t$
$X^4 = \tau \partial_\tau$	0	0	τ

Legenda: 1: A tabela abaixo mostra os coeficientes infinitesimais correspondentes aos geradores.

O gerador X^3 foi o que utilizou-se para reduzir a equação de Fokker–Planck, levando à condição invariante

$$\tau_t - x\tau_x = \tau. \quad (\text{IV})$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

O presente estudo permitiu um aprofundamento teórico sobre as equações da física matemática e a economia, com ênfase na Equação de Fokker-Planck. A partir da revisão

da literatura especializada, consolidou-se conhecimentos fundamentais sobre mecânica estatística e física matemática, fornecendo uma base conceitual para a análise dessas relações. A resolução da Equação de Fokker-Planck a partir da Álgebra de Lie possibilitou uma compreensão mais detalhada das relações de simetria existentes entre as EDEs (Equações Diferenciais Estocásticas), no trabalho foi selecionado a de Fokker-Planck, e de seu papel para compreender fenômenos econômicos. O trabalho forneceu subsídios importantes para pesquisas futuras que poderão expandir as aplicações as mais diversas teorias econômicas de natureza estocástica, além de explorar aplicações tecnológicas dessas interações. Ademais, a realização deste estudo contribuiu para a formação acadêmica do pesquisador, proporcionando um maior domínio das ferramentas matemáticas e físicas necessárias para a compreensão dos fenômenos econofísicos.

REFERÊNCIAS

- [1] NARIBOLI, G. A. Group-invariance solutions of the Fokker-Planck equation. *Stochastic Process. Appl.*, Amsterdam, v. 5, p. 157-171, 1977.
- [2] STEPHENSON, Geoffrey. *Uma Introdução às Equações Diferenciais Parciais*; tradução: Peri Texeira. São Paulo: Edgard Blucher, 1987.
- [3] STEPHANI, Hans. *Differential Equations: Their Solution Using Symmetries*. 1ª ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [4] RISKEN, H. *The Fokker-Planck Equation: Methods of Solution and Applications*. 2ª ed. Berlin: Springer, 1989.
- [5] SANTOS, Theotônio dos. Do Terror à Esperança – Auge e declínio do neoliberalismo. *Idéias e Letras*, 2004.
- [6] FARIAS, F. A. e MILTÃO, M.S.R. Departamento de Física da UEFS: sua natureza, diretrizes e perspectivas sob a ótica das considerações teórico 94 filosóficas consubstanciadas no seu projeto de criação. *Sitientibus Série Ciências Físicas* 01: 79-103, 2005.
- [7] TERRELL, Dek; FOMBY, Thomas B. *Econometric analysis of financial and economic time series Part A* (Advances in Econometrics, v. 20, pt. A). 1ª ed. Bingley: Emerald Group Publishing Limited, 2006.
- [8] BASSALO, José Maria Filardo; CATTANI, Mauro. *Teoria de Grupos*. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008.
- [9] MANKIW, N. Gregory. *Introdução à Economia* / N. Gregory Mankiw; [tradução Allan Vidigal Hastings]. 3ª ed. São Paulo: Thomson Learning, 2009.
- [10] SANTOS, Willien Oliveira dos. *Teoria de grupos: aspectos matemáticos e aplicações na física*. 2009. 96 f. Monografia (Bacharelado em Física) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2009.
- [11] SANTOS, Denilton Salomão Souza dos. *Econofísica: uma breve introdução das aplicações da física em sistemas econômicos*. 2009. 103 f. Monografia (Licenciatura em Física) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2009.

[12] RIBEIRO, M. B. (2012). *Econofísica: uma introdução*. Apresentação em PowerPoint. Instituto de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro.