



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76

Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXIX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2025

Projeto de Controladores Digitais por Realimentação de Estados para um Protótipo do Sistema Barra-Bola

Humberto Bandeira Costa¹; Marcia Lissandra Machado Prado²

1. Humberto Bandeira Costa, PIBIC/FAPESB, ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO, e-mail: bandeiracosta67@gmail.com

2. Marcia Lissandra Machado Prado, DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA, e-mail: mlmprado@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Controle; Barra-Bola; Simulação

INTRODUÇÃO

O controle automático é considerado um elemento essencial da engenharia, estando presente em aplicações que vão desde sistemas espaciais e robóticos até processos industriais que envolvem variáveis como temperatura, pressão, vazão e viscosidade (Ogata, 2011). A primeira etapa na concepção de um controlador é a obtenção de um modelo matemático do sistema a ser controlado, conhecido como planta. Frequentemente, esses modelos são não lineares, o que exige uma aproximação linear para viabilizar a análise e o projeto de controladores eficazes (Dantas, 2024).

Neste contexto, o sistema barra-bola se destaca como um problema relevante para estudos acadêmicos por ser inerentemente instável em malha aberta. Essa instabilidade é uma característica decorrente de seus dois polos na origem do plano complexo s , o que resulta em uma resposta que cresce indefinidamente sem uma ação de controle. A estabilização de sistemas como este é um desafio fundamental que ilustra a eficácia das técnicas de controle modernas.

O objetivo principal é projetar um controlador que, através da alocação estratégica dos polos da malha fechada, seja capaz de estabilizar a posição da bola sobre a barra, atendendo a critérios de desempenho de um sobressinal máximo de 10% e um tempo de acomodação de um segundo (Azevedo, 2020).

METODOLOGIA

A metodologia do projeto utilizada na pesquisa foi inicialmente uma revisão bibliográfica sobre teoria de controle, fundamentos de física, cálculo e álgebra linear. A partir

dos estudos, foi iniciado o desenvolvimento do controlador. A estratégia adotada foi a de realimentação de estados, cuja lei de controle para o sistema discreto é definida pela equação $u(k) = -Kx(k)$, onde $u(k)$ é o sinal de controle (Ogata, 2011), $x(k)$ é o vetor de estados e K é a matriz de ganhos de realimentação a ser projetada. O objetivo do projeto, portanto, é calcular a matriz K de forma que os polos do sistema em malha fechada sejam alocados em posições predeterminadas que garantam o comportamento dinâmico desejado. Para isso, o primeiro passo foi determinar a localização dos polos no plano complexo s (tempo contínuo) a partir das especificações de desempenho de sobressinal máximo (M_p) de 10% e tempo de acomodação (t_s) de 1 segundo. O coeficiente de amortecimento (ζ) foi calculado a partir da seguinte equação (Dantas, 2024):

$$\zeta = \frac{-\ln(M_p)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln(M_p)]^2}} = \frac{-\ln(0,1)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln(0,1)]^2}} \approx 0,5912$$

Com o valor de ζ definido, a frequência natural não amortecida (ω_n) foi calculada para atender ao tempo de acomodação (critério de 2%):

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} = \frac{4}{(0,5912)(1)} \approx 6,7664 \text{ rad/s}$$

Os polos desejados no plano s (contínuo) foram então determinados pela equação característica de um sistema de segunda ordem (Dantas, 2024):

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -4,0 \pm j5,4575i.$$

Uma vez que o objetivo era um controlador digital, esses polos foram mapeados para o plano complexo z (discreto) através da relação exata $z = e^{sT_s}$ (Wie, 1998), com um período de amostragem $T_s = 0,04$ segundos, resultando em: $z = 0,8319 \pm 0,1845i$.

Finalmente, com os polos discretos de malha fechada definidos, a matriz de ganhos de realimentação K foi calculada com o auxílio da função *acker* do software MATLAB. Essa função implementa a fórmula de Ackermann (Ogata, 2011), que determina a matriz K necessária para alocar os polos do sistema exatamente nas posições especificadas. Para o sistema em tempo contínuo, a matriz de ganhos Kc foi calculada através da função *acker* do MATLAB, resultando em:

$$Kc = 8,0000 \ 45,7843$$

De forma análoga, para o sistema discretizado, a matriz de ganhos Kd obtida com a mesma função foi:

$$Kd = 7,6263 \ 38,9362.$$

É importante notar que a matriz K discreta obtida neste projeto, apresenta uma pequena variação em relação a valores encontrados em trabalhos de referência, como o de Dantas (2024). Essa diferença é esperada e se deve diretamente à metodologia de discretização escolhida. A validação de todo o projeto foi realizada por meio de simulações no ambiente MATLAB/Simulink.

RESULTADOS

A validação do projeto foi realizada através de simulações no ambiente MATLAB/Simulink, onde o sistema em malha fechada foi submetido a uma entrada do tipo degrau unitário para avaliar seu desempenho transitório. Os resultados foram obtidos tanto para o controlador contínuo, que serviu como referência de desempenho ideal, quanto para o controlador digital, que representa a implementação final.

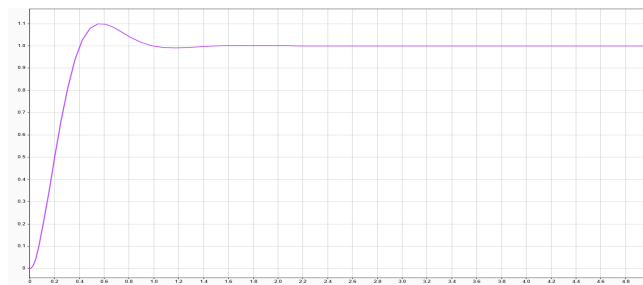


Figura 1. Resposta do Sistema Contínuo- Simulação no Simulink

A Figura 1 apresenta a resposta ao degrau do sistema contínuo. A análise deste gráfico confirma que o projeto teórico atendeu plenamente aos requisitos de desempenho: o sobressinal máximo foi de aproximadamente 9% (inferior ao limite de 10%) e o tempo de acomodação foi de cerca de 0,95 segundos (inferior ao limite de 1 segundo), com erro nulo em regime estacionário.

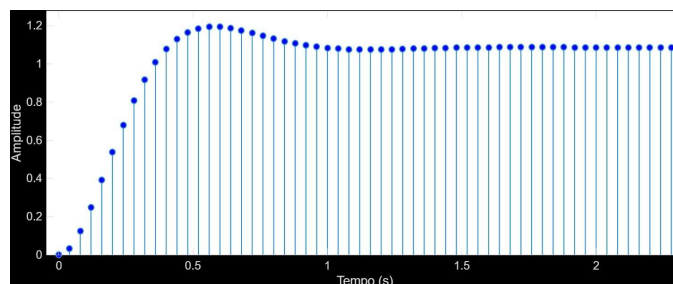


Figura 2. Resposta ao Degrau Do Controlador Discreto.

A Figura 2 mostra a resposta ao degrau do sistema discreto, já com o controlador digital implementado com um período de amostragem de $T_s = 0,04$ segundos. Ao comparar o desempenho do controlador discreto (Figura 2) com o do controlador contínuo (Figura 1), observa-se que as respostas são visualmente muito semelhantes. Essa similaridade demonstra que o processo de discretização foi bem-sucedido e que o período de amostragem de 0,04 segundos foi adequadamente escolhido, preservando as características de desempenho do projeto original. Isso valida que o controlador digital final se comporta de maneira muito próxima ao ideal.

CONCLUSÃO

A partir dos resultados, conclui-se que foi um projeto finalizado com êxito. As Simulações em MATLAB/Simulink confirmaram que a técnica de alocação de polos foi eficaz, atendendo aos critérios propostos de sobressinal máximo inferior a 10% e tempo de acomodação inferior a um segundo.

O desenvolvimento do projeto foi fundamental para a consolidação de conhecimentos teóricos do bolsista em controle digital, integrando teoria e prática. O trabalho estabelece uma base sólida para futuras pesquisas e serve como uma etapa de validação fundamental para a eventual implementação física do controlador do protótipo, que não foi realizada nesta fase.

REFERÊNCIAS

DANTAS, A. F. O. *Projeto de controlador por realimentação de estados para o Sistema Barra-Bola*. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia de Computação) – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2024.

AZEVEDO, L. H. S. P. *Projeto de um Controlador PD Robusto para um Sistema Barra-Bola*. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2020.

OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. 5. ed. São Paulo (Sp): Pearson Prentice Hall, 2011.

WIE, B. *Space Vehicle Dynamics and Control*. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.