



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXIX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS **SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2025**

O cálculo diferencial pelo livro *Cálculo Diferencial e Integral* de Piskunov: um estudo histórico

Daniel Sales da Conceicao¹; Eliene Barbosa Lima²

1. Daniel Sales da Conceicao, PIBIC/CNPq, MATEMÁTICA, e-mail: danielsalesuefs@gmail.com

2. Eliene Barbosa Lima, DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS, e-mail: eblima@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Diferencial; livro-didático; Piskunov

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo fazer uma análise histórica sobre o conteúdo de cálculo diferencial presente no livro *Cálculo Diferencial e Integral* de Piskunov. Sua questão norteadora é: qual abordagem do cálculo diferencial, foi proposta no livro *Cálculo Diferencial e Integral* de Piskunov? O presente trabalho foi realizado no âmbito do projeto de pesquisa *O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização¹*, que visa “[...] analisar debates que intentaram incluir o Cálculo Diferencial e Integral como conteúdo escolar a partir da Reforma Benjamin Constant² até os dias atuais.” (Lima *et al.*, 2021, p.1).

Esta pesquisa se mostrou relevante, pois o livro de Piskunov, entre as décadas de 1960 e 1990, foi tomado como referência em vários cursos superiores envolvendo ciências exatas no Brasil. Dentre eles, o livro foi bastante difundido na Universidade Federal da Bahia (UFBA) (UFBA, 1980) e na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) (1980-1990). Esta última, no período de 1978 a 1986, ofertava o curso de Licenciatura Plena em Ciência com Habilitação em Matemática, voltada para a formação dos professores de matemática que iriam lecionar Matemática no segundo grau (Ensino Médio).

Nesse curso, foi implementado o ensino de cálculo diferencial, em uma disciplina denominada Cálculo I no ano de 1986. Nessa disciplina, o livro de Piskunov foi utilizado como bibliografia básica, ministrada conforme consta no conteúdo programático, seguindo os capítulos, semelhantemente ao que Piskunov propôs, no índice, em seu livro. Sob esse contexto, conjecturamos que a escolha do livro, como literatura básica dessa disciplina, pode estar relacionada com o fato de que as suas ideias dialogavam com as inovações e desafios da época, sendo ele considerado um autor rigoroso³ no manejo da

¹ Fomentado pelo CNPq, mediante aprovação no Edital da Chamada CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 – Universal - faixa A, 2021.

² Essa Reforma foi implementada por meio do Decreto n.º 981, de 8 de novembro de 1890, que regulamentou a instrução primária e secundária do Distrito Federal (Brasil, 1890). Na atualidade, tais níveis de ensino podem ser equiparados aos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

³ O rigor, segundo Roque (2012), é um elemento histórico que se modifica ao longo do tempo. Isso significa que não existe um rigor imutável, ao invés disso, sua definição e validade são contextuais, dependendo da época analisada, delimitando a legitimidade dos resultados a esse período.

matemática moderna. De acordo com Lima e Dias (2010) na matemática moderna, dentre outros aspectos, houve:

[...] a adoção generalizada de concepções absolutamente abstratas de número – dissociada da noção de quantidade – e de geometria – dissociada da percepção sensorial de espaço – e de métodos analíticos algébricos, em substituição aos métodos geométricos sintéticos, foram fundamentais para a unificação das diversas matemáticas – aritmética, geometria, álgebra, trigonometria e cálculo – sob a égide de um mesmo estatuto científico, que foi proclamado no ambiente disciplinar altamente especializado e profissionalizado que se formou nas instituições de ensino superior que seguiram o modelo da Universidade de Berlim, na Alemanha, onde o discurso pela dedicação à pesquisa científica sem finalidades utilitárias ou quaisquer outras, que não o próprio desenvolvimento da ciência, acompanhava a utopia por uma razão científica absolutamente independente e suficiente (Lima; Dias, 2010, p. 211-212).

Algo que convergia com a realidade brasileira, desde a implementação dos primeiros cursos superiores independentes de matemática, na década de 1930.

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)

Este trabalho teve como sua principal fonte histórica o livro *Cálculo Diferencial e Integral* de Piskunov. Analisamos a 9ª edição, publicada em 1982, ao que parece, utilizada no curso de Licenciatura Plena em Ciências, com Habilitação em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS, 1991).

Interrogamos o livro por meio de uma apropriação dos debates teórico-metodológicos do campo da história, em particular da história cultura (Barros, 2003) e, ainda fazendo uso de uma literatura vigente que lida prioritariamente com livros didáticos e ensino de cálculo em nível superior (Ávila, 2002; Reis, 2003; Choppin, 2004; Lima; Dias, 2010; Lima, 2012; Oliveira, 2022), dentre outros textos.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

A análise do livro *Cálculo Diferencial e Integral* do matemático soviético Nikolai Piskunov (1908 – 1977), foi realizada com foco em sua abordagem pedagógica e fundamentação matemática nos dois primeiros capítulos. O público-alvo da obra eram os estudantes de engenheiros. O livro passou por revisões ao longo do tempo, com o objetivo de se alinhar às necessidades da matemática moderna⁴. Segundo o autor:

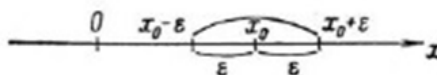
Certos capítulos foram profundamente revistos e completados, em especial aqueles que tratam de certos ramos da matemática moderna, cujo conhecimento e nos nossos dias indispensável [sic] a todo o engenheiro. [...] Certas questões, habitualmente tratadas nestes capítulos, foram conscientemente reportadas aos capítulos seguintes. Isto permitiu abordar rapidamente a derivada, noção fundamental do cálculo diferencial; esta necessidade foi-nos ditada pelas exigências das outras disciplinas do ensino técnico superior (Piskunov, 1982, p.11).

A obra alcançou um sucesso notável, sendo traduzida para vários idiomas e amplamente utilizada em diversos cursos de graduação, inclusive em licenciaturas em matemática. Ela é caracterizada por ter uma gama de exercícios em seu livro, além da metodologia de Piskunov no qual equilibra o uso de exemplos práticos e demonstrações geométricas, o

que não impede de apresentar uma abordagem rigorosa. Para Ávila (2002, p. 84), tal prática é evidenciada na “[...] introdução, logo no início do curso, da definição de limite em termos de ε e δ , e consequente dedução das propriedades do limite”.

Isso pode ser examinado, por exemplo, no tópico *Domínio de definição duma variável*, onde Piskunov determina que o domínio de uma variável é o “conjunto dos valores numéricos que ela é susceptível de tomar” (Piskunov, 1982, p. 17-18). Ressaltando que se x pertence ao intervalo $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$, então x é o centro do intervalo de raio ε , que em outras palavras significa que $|x - x_0| < \varepsilon$.

Figura 1 – Representação de vizinhança feita por Piskunov



Fonte: Piskunov (1982)

Após abordar alguns elementos essenciais para o campo da matemática, como o campo de definição dos números e a ideia de variável. Piskunov (1982) apresenta a definição de limite de uma variável, a qual serve como ponto de partida para a definição do limite de uma função posteriormente.

O número constante a chama-se o limite da grandeza variável x . Se, para todo o número arbitrariamente pequeno $\varepsilon > 0$, se pode indicar um valor da variável x tal que todos os valores consequentes da variável verifiquem a desigualdade

$$|x - a| < \varepsilon.$$

Se o número a é o *limite* da variável x , diz-se que x tende para o limite a e escreve-se:

$$x \rightarrow a \text{ ou } \lim x = a \text{ (Piskunov, 1982, p.34).}$$

Assim atrelado a conceitos preliminares como vizinhança e domínio, em alinhamento com a formalização do cálculo estabelecida por Weierstrass e Cauchy, o Piskunov define Limite de uma função da seguinte forma:

Seja $y = f(x)$ uma função definida numa vizinhança do ponto a ou em certos pontos desta vizinhança. A função $y = f(x)$ tende para o limite b ($y \rightarrow b$) quando x tende para a ($x \rightarrow a$), se para cada número positivo ε , por mais pequeno que seja, se pode indicar um número positivo δ tal que para todos, os x diferentes de a e verificando a desigualdade

$$|x - a| < \delta$$

a desigualdade

$$|f(x) - b| < \varepsilon$$

é satisfeita. Se b é o *limite da função* $f(x)$ quando $x \rightarrow a$, escreve-se então

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

ou $f(x) \rightarrow b$ quando $x \rightarrow a$ (Piskunov, 1982, p. 37).

Em Função, Piskunov (1982, p. 20) declarou que “ y é uma Função de x e escreveremos $y = f(x)$, $y = \varphi(x)$, etc., se a cada valor da variável x pertencendo a um certo domínio, corresponde um valor da variável y ”. Essa definição não corresponde àquela construída pelo Grupo Bourbaki ao final da década de 1930, e que é usual atualmente, assemelhando-se mais à proposta por Dirichlet em 1837. Isso evidencia a não linearidade do desenvolvimento da matemática, marcado por inúmeros fatores humanos em sua construção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

Pela pesquisa, interpretou-se que Piskunov utilizou uma concepção moderna de limite, em sintonia com as contribuições teóricas disponíveis à época, mas ajustada ao seu público-alvo e ao seu ambiente educacional técnico. Em outras palavras, ele empregou conceitos da matemática vigentes no mundo acadêmico para construir a sua obra, que, embora direcionada a engenheiros, foi amplamente usada em programas de formação de professores de matemática, como na Licenciatura Plena em Ciências da UEFS, pelo menos no ano de 1986. Essa dualidade permite uma reflexão sobre a natureza da formação matemática oferecida naquele período, especialmente em relação aos futuros professores de matemática

Nessa conjuntura, não se pode ignorar o fato de que a adoção desse livro na formação de professor de matemática, traz indícios de que, ao menos naquele período, a perspectiva dos cursos de licenciatura estava mais voltada para o próprio campo disciplinar da matemática. Isso porque os saberes mobilizados na obra não foram concebidos nem organizados tendo como prioridade o estudante da licenciatura e a sua aprendizagem, tampouco a sua prática específica da docência em sala de aula. Sob essa ótica, ainda que sejam necessários mais estudos, os saberes do cálculo parecem pertencer a uma cultura geral, mobilizados em diversas especialidades, independentemente da área de formação.

REFERÊNCIAS

- ÁVILA, G. O Ensino do Cálculo e da Análise. **Revista Matemática Universitária**, n. 33, p. 83-95, dez. 2002.
- BARROS, J. D'A. História cultural: um panorama teórico e historiográfico. Textos de História, v. 11, n.1-2, p.145-171, 2003.
- BRASIL. **Decreto n. 981, de 8 de novembro de 1890**. Aprova o Regulamento da Instrução Primária e Secundária do Distrito Federal.
- CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.
- LIMA, E. B.; DIAS, A. L. M. O Curso de análise matemática de Omar Catunda: uma forma peculiar de apropriação da análise matemática moderna. **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 211-230, jul./dez. 2010.
- LIMA, E. B. (Coord.). **O Cálculo Diferencial e Integral**: uma análise das tentativas de sua escolarização. Projeto de pesquisa submetido ao Edital da Chamada CNPq/MCTI/FNDCT Nº 18/2021 – Universal - faixa A, 2021.
- LIMA, G. L. **A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo**: Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.
- OLIVEIRA, M. B. O ensino de cálculo diferencial no curso de Licenciatura Plena em Ciências da Universidade Estadual de Feira de Santana: uma análise do caderno de cálculo de uma licencianda (1986). **Acervo** - Boletim do Centro de documentação do GHEMAT-SP, São Paulo, v. 4, p. 1-25, 2022.
- PISKUNOV, N. **Cálculo Diferencial e Integral**. 9. ed. Porto: Lopes da Silva, 1982.
- ROQUE, Tatiana. O século XIX inventa a matemática pura. In: ROQUE, Tatiana. **História de Matemática**: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 2 reimp. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. p. 342-474.
- UEFS [UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA]. Colegiado do curso de Licenciatura em Matemática. Levantamento bibliográfico. Feira de Santana: UEFS, 1991.
- UFBA [UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA]. Instituto de Matemática. **Programa de ensino para a disciplina Cálculo IV**. Salvador: Arquivo do IM-UFBA, 1980.