



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

Autorizada pelo Decreto Federal nº 77.496 de 27/04/76
Recredenciamento pelo Decreto nº 17.228 de 25/11/2016



PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
COORDENAÇÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

XXIX SEMINÁRIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UEFS **SEMANA NACIONAL DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 2025**

Aspectos estruturais de anéis limpos e anéis r-limpos

Ailson Lima Marques Filho¹; Jacqueline Costa Cintra²

1. Ailson Lima Marques Filho, PROBIC/UEFS, MATEMÁTICA, e-mail: ailsonfilho729@gmail.com

2. Jacqueline Costa Cintra, DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS, e-mail: jccintra@uefs.br

PALAVRAS-CHAVE: Anéis limpos; Anéis r-limpos; Estrutura algébricas

INTRODUÇÃO

O estudo de anéis se consolidou como campo fértil para a investigação de propriedades estruturais. Nesse contexto, surge o conceito de anéis limpos, proposto por Nicholson (1999), em que cada elemento pode ser expresso como soma de um idempotente e de uma unidade. Posteriormente, o conceito foi estendido por Han e Nicholson (2001), Anderson e Camillo (2002) e Chen (2008), que culminou na definição de anéis r-limpos por Ashrafi e Nasibi (2013), em que cada elemento pode ser escrito como soma de um elemento regular e um idempotente. As obras de Gonçalves (2007) e Janesch e Taneja (2011) oferecem a base necessária para a compreensão dos conceitos centrais enquanto Han e Nicholson (2001), Anderson e Camillo (2002), Chen (2008) e Ashrafi e Nasibi (2013) abordam resultados fundamentais sobre limpeza e r-limpeza. A partir disso, o presente trabalho tem como objetivo analisar, discutir e desenvolver resultados referentes às propriedades de anéis limpos e r-limpos, com base na leitura, interpretação e sistematização dos textos mencionados.

MATERIAL E MÉTODOS OU METODOLOGIA (ou equivalente)

O trabalho foi desenvolvido por meio da leitura, análise e discussão dos textos de referência, selecionados de acordo com sua relevância e rigor formal. O objetivo do estudo é a compreensão dos conceitos, resultados e demonstrações dos materiais consultados, tendo em vista a identificação das principais ideias e suas relações. Partindo disso, o trabalho seguiu com a reconstrução dos resultados, elaborando as demonstrações de forma detalhada. Com essa abordagem foi possível consolidar o entendimento dos temas trabalhados, assim como sistematizar os conhecimentos adquiridos durante a pesquisa.

RESULTADOS E/OU DISCUSSÃO (ou Análise e discussão dos resultados)

A análise desenvolvida ao longo da pesquisa permitiu a sistematização das definições e propriedades fundamentais de anéis limpos e r-limpos, destacando as relações entre os

dois conceitos. Inicialmente temos como resultado direto das definições de anéis limpos e r -limpos que um anel limpo é sempre r -limpo pois toda unidade é também um elemento regular, em seguida estabeleceu-se que toda imagem homomórfica de um anel limpo também é limpa e por consequência os anéis quocientes de um anel limpo preservam a limpeza, resultados de grande importância para outras demonstrações durante a pesquisa. A partir das definições apresentadas por Nicholson (1999) e aprofundadas por Ashrafi e Nasibi (2013), verificou-se que em anéis abelianos, todo anel r -limpo é limpo, tendo em vista que a decomposição dos elementos em termos de idempotentes e regulares implica uma expressão equivalente em termos de unidades e idempotentes. Além disso, anéis sem divisores de zero que são r -limpos também são limpos, reforçando a relação entre os dois conceitos. Os resultados discutidos, sob a luz da literatura de referência (ANDERSON; CAMILLO, 2002; HAN; NICHOLSON, 2001; ASHRAFI; NASIBI, 2013), confirmam que a ideia de r -limpeza pode ser entendida como generalização da limpeza mas em contextos particulares podemos concluir que limpeza e r -limpeza são equivalentes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS (ou Conclusão)

A pesquisa realizada possibilitou uma análise sistemática das propriedades dos anéis limpos e r -limpos. A partir da leitura, discussão e desenvolvimento dos resultados presentes na bibliografia, foi possível verificar que para determinados tipos de anéis, como anéis abelianos e anéis sem divisores de zero, a r -limpeza implica diretamente em limpeza, estabelecendo condições para a equivalência dos dois conceitos. Os objetivos do trabalho foram alcançados, ao consolidar a compreensão da limpeza e r -limpeza e reforçar a importância dessas ideias para a teoria de anéis.

Além disso, os resultados obtidos oferecem subsídios para investigações futuras, tanto para estender o conceito a outros tipos de anéis ou para explorar aplicações em uma teoria algébrica mais ampla.

REFERÊNCIAS

- CUNHA, S.S; LIMA, P.R.L. 2006. Influência do tipo de reforço no comportamento à flexão de painéis laminados. *In*: XI Seminário de Iniciação Científica da UEFS, Feira de Santana, p.21-22.
- ANDERSON, D.D.; CAMILLO, V.P. 2002. Commutative rings whose elements are a sum of a unit and idempotent. *Communications in Algebra*, v.30, p.3327-3336.
- ASHRAFI, N.; NASIBI, E. 2013. r -Clean rings. *Mathematical Reports*, v.15(65), n.2, p. 125 - 132.
- ASHRAFI, N.; NASIBI, E. 2013. Rings in which elements are the sum of an idempotent and a regular element. *Bulletin of the Iranian Mathematical Society*, v.39, n.3, p. 579 - 588.
- CHEN, W. 2008. On clean rings and clean elements. *Southeast Asian Bulletin of Mathematics*, v.32, p.0 - 6.
- GONÇALVES, A. 2007. Introdução à álgebra. 5.ed. Rio de Janeiro: IMPA. 194 p..

- HAN, J.; NICHOLSON ,W.K. 2001. Extension of clean rings. Communications in Algebra, v.29, p.2589-2595.
- JANESCH ,O.R.; TANEJA,I.J. 2011. Algebra 1. 2.ed.rev. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM. 215 p.
- NICHOLSON ,W.K. 1999. Strongly Clean Rings and Fitting's Lemma. Communications in Algebra, v.27(8), p.3583-3592.